

## НОВЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРА НЕСТАЦИОНАРНОСТИ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА

© 2025 г. А. А. Кислицын<sup>1, 2</sup>, Ю. Н. Орлов<sup>1</sup>, М. В. Родкин<sup>2, 3, \*</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН, г. Москва, Россия

<sup>3</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

\*E-mail: rodkin@mitp.ru

Поступила в редакцию 29.05.2024 г.

После доработки 15.09.2024 г.

Принята к публикации 18.09.2024 г.

Тремя новыми в геофизике методами анализа нестационарности рядов данных анализируются каталоги землетрясений регионов Курило-Камчатки и Срединно-Атлантического хребта. Обсуждается возможность выделения нестационарной компоненты сейсмического режима и характер нестационарности. Применение новых методов подтвердило ряд известных (ожидаемых) закономерностей и указало на ряд нетривиальных моментов. Среди таковых были выявлены: 1) тенденция роста нестационарности с увеличением характерного времени, что может отвечать соответствию спектра сейсмической активности фликкер-шуму; 2) различие характера распределения по магнитудам, возможно отвечающее уменьшению величин *b-value*, для кластеризующихся основных событий; 3) обнаружение в режиме сейсмичности по времени двух тенденций — кластеризации на меньших относительных расстояниях и отталкивания на больших; эти тенденции могут соответствовать эпохам роста сейсмической активности и последующего затухания в ходе накопления тектонических напряжений. Результаты указывают на перспективность применения этих новых в сейсмологии методов анализа, обеспечивающих уточнение характера нестационарности сейсмического процесса.

**Ключевые слова:** анализ нестационарности, новые методы, распределение землетрясений по магнитуде, промежутки времени между событиями, поток событий, граф “ближайших соседей”.

**DOI:** 10.31857/S0002333725030103, **EDN:** FFIYEL

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В течение длительного времени доминирующей статистической моделью для описания сейсмического режима была модель ETAS [Ogata, 1988]. Однако уже в то время, и в особенности впоследствии, выявились важные отличия реального сейсмического процесса от модели ETAS. Среди таковых выявились отличия режима основных событий от Пуассоновского процесса, их кластеризация, вероятная аналогия режима сейсмичности с фликкер-шумом, вариации по времени величин наклона графика повторяемости [Вадковский и др., 1978; Берды-

ев, Мухамедов, 1988; Дещеревский, Журавлев, 2004; Lucilla de Arcangelis et al., 2016; Lippiello et al., 2019; Смирнов и др., 2020; 2022; Hirose et al., 2021; Родкин, Липеровская, 2022; и многие другие]. В исследовании этих более тонких особенностей сейсмического режима могут оказаться полезными новые статистические подходы. Некоторые из таких возможных подходов обсуждаются ниже. Структура работы следующая. В разделе 2 кратко описываются используемые нами новые методы статистического анализа нестационарных потоков точечных событий, а именно: метод оценки согласованного уровня

стационарности, оценки ширины доверительного интервала параметра потока, оценки вероятности независимости ряда событий с использованием графа “ближайших соседей”. Разделы 3–5 иллюстрируют результаты применения этих трех методик к анализу данных по регионам Курилы–Камчатка на основе регионального каталога Камчатского филиала ГС РАН (КК каталог) и Срединно-Атлантического хребта (каталог АХ) на основе мирового GСMT каталога. Регионы выбраны из соображений их относительно хорошей изученности и сильного различия как по сейсмотектонической ситуации, так и чисто географически. Каталоги землетрясений, предположительно удовлетворительно полной регистрации, использовались в двух вариантах — полные и очищенные от афтершоков по методу, описанному в работе [Писаренко, Родкин, 2019]. Результаты применения всех трех методов обсуждаются в разделе 6.

## 2. МЕТОДИКА АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДАННЫХ

В данной работе в качестве первого нового подхода будем использовать так называемый кинетический метод анализа нестационарных временных рядов. Этот метод был построен в работах [Орлов, 2014; Kislitsyn, Orlov, 2020] и опирается на изучение эволюции выборочных функций распределения переменной длины. Это двухпараметрический (момент времени начала выборки и длина выборки) метод анализа временного ряда с использованием совокупности его выборочных последовательных по времени функций распределения. В вычислительном плане выборочная функция распределения представляет собой меняющийся во времени вектор, его размерность равна числу классовых интервалов, на которые разбивается область определения случайной величины. Поскольку нормировка распределения сохраняется со временем, естественно использовать в качестве кинетической модели уравнение Лиувилля статистической механики для выборочных плотностей вероятности в фазовом пространстве [Орлов, 2014; Орлов, Осминин, 2008]. Эволюция плотности распределения характеризуется различием между сдвинутыми на окно выборки распределениями. Поэтому основным объектом изучения нестационарных распределений яв-

ляется выборочное распределение расстояний между этими распределениями в той или иной норме.

Для анализа нестационарности временной ряд разбивается на последовательно идущие встык-выборки длиной  $N$  в терминах числа событий. Для каждой выборки строится ее (выборочная) функция распределения. Далее для каждого  $N$  строится вероятность  $G(r; N)$  того, что расстояние между соседними выборками (соответствующими выборочными распределениями) в норме  $G$  не превосходит значения  $r$ , т.е.  $G(r; N) = \text{Prob}\{\rho(N) \leq r\}$ . Численно находится решение уравнения

$$G(r; N) = 1 - r \quad (1)$$

относительно величины  $r$ . Это решение  $r^*(N)$  показывает, с какой вероятностью норма расстояния между выборками не превосходит данного значения.

Полученное решение уравнения (1) сравнивается с табулированным решением  $\varepsilon^*(N)$  уравнения:

$$K(\varepsilon\sqrt{N/2}) = 1 - \varepsilon, \quad (2)$$

где  $K(z)$  есть функция Колмогорова [Королюк и др., 1985]. Как известно, для стационарных функций распределения решение уравнения (2) не зависит от вида распределения. Отношение

$$J(N) = \frac{r^*(N)}{\varepsilon^*(N)} \quad (3)$$

называется индексом нестационарности ряда и представляет собой непараметрический критерий стационарности. Если  $J \leq 1$ , то ряд стационарный на уровне значимости  $\varepsilon^*(N)$ . Если же  $J > 1$ , то ряд на соответствующих длинах выборок нестационарный. Дальнейшее рассмотрение базируется на анализе величин индекса нестационарности  $J$ .

Заметим, однако, что оценка стационарности по формуле (3) не означает автоматически того же уровня нестационарности для различных функционалов от данного временного ряда. При этом некоторые из этих функционалов могут представлять особый интерес. Кроме того, для построения распределения  $G(r; N)$  требуется большое количество пар независимых выборок длины  $N$ , что возможно при анализе больших

объемов данных, но нереализуемо для относительно небольших выборок (порядка нескольких тысяч элементов). Поэтому наряду с оценкой нестационарности описанным выше методом [Орлов, 2014; Kislitsyn, Orlov, 2020] полезно провести иные исследования.

Вторым используемым в данной работе подходом является оценка средней интенсивности потока событий. В этом случае в качестве рабочей модели удобно взять распределение Пуассона [Хинчин, 1963], для которого требуется оценить параметр потока. Тогда распределение вероятности  $p_k(t, t + \tau)$  того, что на промежутке времени  $[t; t + \tau]$  произойдет ровно  $k$  событий, имеет вид:

$$p_k(t, t + \tau) = \frac{\Lambda^k(t, \tau)}{k!} e^{-\Lambda(t, \tau)}. \quad (4)$$

Величина  $\Lambda(t, \tau)$  — параметр потока событий. Его смысл состоит в том, что величина

$$\bar{n}(t, \tau) = \Lambda(t, \tau) / \tau \quad (5)$$

есть среднее число событий на промежутке  $[t; t + \tau]$ . Задавая единицу времени  $\tau$  (то есть масштаб измерения), можно по выборке длины  $N$  оценить величину  $\bar{n}_N(t, \tau)$ . Нижний индекс указывает на длину выборки, по которой оценивается параметр потока.

Если распределение (4) стационарно, то  $\Lambda(t, \tau) = \lambda\tau$  и тогда  $\bar{n}(t, \tau) = \lambda$ . Если анализируется только одна выборка, то доверительные интервалы для  $\lambda$  на уровне значимости  $\alpha$  определяются процентными точками распределения хи-квадрат порядков  $\alpha/2$  и  $1 - \alpha/2$  при числе степеней свободы  $\lambda T$ , где  $T$  есть время наблюдения (см. работу [Джонсон и др., 2010], с. 185). Если же имеется достаточное количество выборок для того, чтобы построить последовательность параметров потока, то к этим значениям интенсивностей потока событий можно отнести как к набору средних значений одинаково распределенных случайных величин. Тогда, если таких выборок  $n$ , то интервальная оценка генерального среднего значения  $\lambda^*$  по выборочному среднему  $\lambda$  и выборочной дисперсии  $\sigma^2$  дается на уровне значимости  $\alpha$  квантилем  $q'_{1-\alpha/2}$  распределения Стюдента с  $n-1$  степенями свободы по формуле (см., например, работу [Королюк и др., 1985]):

$$|\lambda - \lambda^*| \leq q'_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (6)$$

Например, при общем количестве данных порядка 10 тыс. можно рассмотреть скользящее среднее по выборке длины 1 тыс. с шагом 1 и получить таким образом  $n = 9 \cdot 10^3$  значений для параметра потока. Поскольку  $n \gg 1$ , то квантиль распределения Стюдента можно заменить на квантиль нормального распределения  $u_{1-\alpha/2}$ . Кроме того, для распределения Пуассона имеем  $\sigma^2 = \lambda$ . Тогда получаем:

$$|\lambda - \lambda^*| \leq u_{1-\alpha/2} \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{n}}. \quad (7)$$

Формула (7) позволяет оценить ширину доверительного интервала для параметра потока. Ее можно аналогично применить к двум (или более) частям анализируемых данных. Если окажется, что на одном и том же уровне значимости доверительные интервалы для разных интервалов времени не пересекаются, поток следует считать нестационарным. Пример применения этого подхода к сейсмологическим данным дан в разделе 4.

Наряду с таким параметрическим оцениванием хотелось бы иметь и непараметрический критерий независимости данных, но также реализуемый для выборок относительно небольшой длины. Как уже говорилось выше, кинетический метод анализа [Орлов, 2014; Kislitsyn, Orlov, 2020] требует большого объема данных, что на практике не всегда реализуемо. В частности, региональные каталоги землетрясений обычно содержат несколько тысяч, максимум десятков тысяч событий, тогда как для кинетического метода желателен объем данных намного больше. Поэтому в данной работе мы применили еще один новый метод [Kislitsyn, Orlov, 2022; 2023], который позволяет выявлять нестационарность на достаточно высоком уровне доверия для существенно меньших объемов данных. Метод основан на анализе ранговой близости последовательности случайных величин. Близость между элементами множества анализируется с помощью графа “ближайших соседей”. Для графа, получаемого из конкретной выборки данных, определяется распределение его вершин по числу вхождений ребер и число несвязных фрагментов. Также рассматривается эволюция

графов, получаемых из тех же данных путем объединения соседей вплоть до того порядка, при котором граф становится связным. Полученные результаты сравниваются с вычисленными в работе [Kislitsyn et al., 2023] стандартными (табулированными) распределениями структур случайных графов для независимых случайных величин. Распределение структур графов, порождаемых случайными матрицами, не зависит от функции распределения их элементов, требуется только лишь независимость и стационарность этой функции [Kislitsyn et al., 2023]). На основе сравнения с вычисленными в этой работе характеристиками распределений графов случайных “ближайших соседей” можно на достаточно высоком уровне доверия определить вероятность того, что конкретный граф отвечает или не отвечает набору независимых случайных величин. Результаты такого подхода к анализу каталогов землетрясений описаны в разделе 5.

### 3. АНАЛИЗ УРОВНЯ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ РЕГИОНАЛЬНЫХ КАТАЛОГОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Анализируются каталоги предположительно надежно (без пропусков) регистрируемых землетрясений регионов Курилы–Камчатка (КК) и Срединно-Атлантический хребет (АХ) по данным КФ ГС РАН за 1962–2020 гг. и мирового GCMT каталога (1976–2022 гг.) соответственно. Для отбраковки ненадежно определяемых событий использовано обычное правило удовлетворительной линейности графика повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера. Далее рассматриваются события  $M \geq 4.0$  для каталога КК и  $M \geq 5.3$  для АХ каталога. Для региона КК использованы, как это иногда делается при анализе сейсмической опасности, события глубиной  $H \leq 70$  км. По каждому региону рассматриваются два файла — все землетрясения и без афтершоков, отфильтрованных по методу из работы [Писаренко, Родкин, 2019]. Этот метод является простой реализацией метода “ближайшего соседа” [Zalyapin et al., 2008; Zalyapin, Ben-Zion, 2013]. В работе [Писаренко, Родкин, 2019] показано, что метод обеспечивает лучшее выделение афтершоков по сравнению с известными оконными алгоритмами [Gardner, Knopoff, 1974;

Uhrhammer, 1986]. Сопоставление в работе [Родкин, Липеровская, 2022] показало, что этот метод работает и не хуже более сложного метода [Molchan, Dmitrieva, 1992] в программной реализации В.Б. Смирнова. Полные каталоги включают для регионов КК и АХ 22071 и 1256 событий; без афтершоков — 11338 и 821 землетрясение соответственно.

Исходя из объема имеющихся данных, максимальную длину выборки последовательных событий ограничим значением 1000 для региона КК и 300 для АХ. При этом сами выборки должны содержать достаточное количество данных для анализа, так что примем минимальный размер выборки в 50 событий. В соответствии с этим число классовых интервалов, в рамках которых будут рассматриваться выборочные распределения разной длины (от 50 до 1000 с шагом 50, для КК каталога), будет равно 10. Для анализа совместных распределений по магнитудам и интервалам времени между событиями выбрано следующее разбиение данных на классы (табл. 1, табл. 2). За единицу времени приняты 1 сутки.

Разбиение на классовые интервалы по времени выбрано таким образом, чтобы в каждом интервале оказалось бы примерно равное число событий (порядка 1000); отсюда получилось и равное число классов разбиения по интервалам времени (табл. 1) и по магнитудам (табл. 2). Число около 1000 событий достаточно для того, чтобы проверить однородность (стационарность) распределений по магнитудам тех событий, которые попали в каждый из отмеченных децильных временных промежутков, и проводить корректное сравнение расстояний между полученными подвыборками.

Рассмотрим совместное распределение вероятностей  $F(m, n)$  того, что событие с магнитудой из интервала  $m$  (табл. 2) произошло через относящийся к интервалу  $n$  (табл. 1) промежуток времени от предыдущего события. Для региона КК после исключения афтершоков число таких событий приведено в табл. 3. Строки соответствуют номерам интервалов магнитуды, столбцы — номерам промежутков времени. Данные по региону АХ после фильтрации составляют всего 821 землетрясение, результаты статистически ненадежны, но качественно аналогичны данным для региона КК.

Распределение  $F(m, n)$  получается из данных табл. 3 делением значений в ячейках на полное число событий, равное в нашем примере 11338. Расчеты показали, что корреляционная функция, определяемая как

$$R(m, n) = F(m, n) - \left( \sum_{k=1}^{10} F(m, k) \right) \left( \sum_{j=1}^{10} F(j, n) \right) \quad (8)$$

близка к нулю: ее значения по модулю находятся только в третьем знаке после запятой. Таким образом, распределения по магнитудам и по промежуткам времени не связаны между собой (как это обычно и принимается в сейсмологии). Таким образом, распределения по магнитудам можно рассматривать независимо в каждом временном диапазоне. Рассмотрим тогда, насколько близки между собой распределения магнитуд, относящихся к разным временным интервалам

между последовательными событиями. Таким способом сравниваются распределения по магнитудам для основных событий, расположенных в разной степени уединенно по времени. На рис. 1 приведены распределения магнитуд для 1–10 временных интервалов из табл. 1.

Поскольку в каждом временном промежутке находится примерно 1000 событий, то, если соответствующие распределения стационарны, их согласованный уровень стационарности должен быть, согласно [Орлов, 2014], равен 0.06. Анализ показал, что расстояния между распределениями временных групп 2 ÷ 10 и группой 1 превосходят значение 0.07, тогда как между собой расстояния для последних девяти групп находятся на уровне 0.02 ÷ 0.05. Отсюда можно заключить, что распределения магнитуд для событий, произошедших позже,

**Таблица 1.** Классовые интервалы для распределения промежутков времени — децили

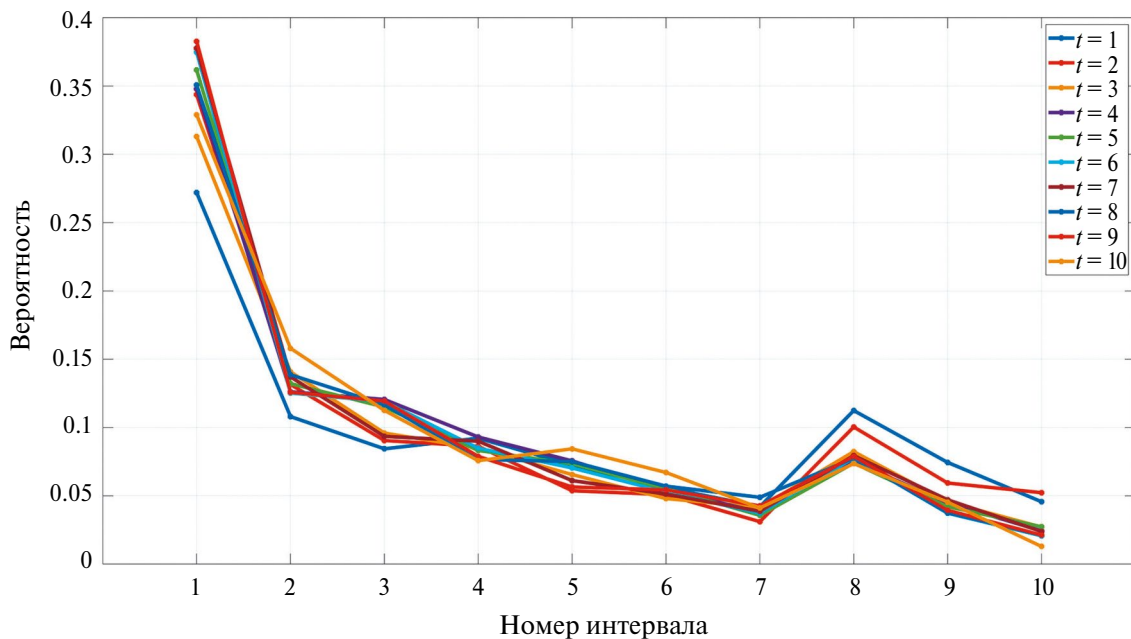
| Номер класса                 | 1        | 2   | 3    | 4    | 5   | 6   | 7   | 8 | 9   | 10   |
|------------------------------|----------|-----|------|------|-----|-----|-----|---|-----|------|
| Промежуток по времени, сутки | (0; 0.2] | 0.4 | 0.65 | 0.95 | 1.3 | 1.7 | 2.2 | 3 | 4.4 | >4.4 |

**Таблица 2.** Интервалы разбиения данных по магнитудам

| Номер класса            | 1        | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10   |
|-------------------------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Промежуток по магнитуде | [4; 4.2) | 4.3 | 4.4 | 4.5 | 4.6 | 4.7 | 4.8 | 5.1 | 5.5 | >5.5 |

**Таблица 3.** Пример кластеризации числа событий (регион КК, без афтершоков)

| Время и магнитуда | (0; 0.2]    | 0.4        | 0.65        | 0.95        | 1.3         | 1.7         | 2.2         | 3           | 4.4         | >4.4        | итого        |
|-------------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| [4; 4.2)          | 355         | 330        | 354         | 404         | 345         | 426         | 378         | 435         | 358         | 382         | <b>3767</b>  |
| 4.3               | 157         | 117        | 134         | 182         | 130         | 164         | 115         | 161         | 150         | 136         | <b>1446</b>  |
| 4.4               | 126         | 96         | 137         | 117         | 117         | 122         | 108         | 133         | 140         | 119         | <b>1215</b>  |
| 4.5               | 99          | 103        | 100         | 104         | 101         | 91          | 79          | 97          | 84          | 87          | <b>945</b>   |
| 4.6               | 89          | 62         | 95          | 89          | 66          | 87          | 58          | 87          | 84          | 71          | <b>788</b>   |
| 4.7               | 79          | 49         | 56          | 63          | 60          | 65          | 63          | 72          | 50          | 40          | <b>597</b>   |
| 4.8               | 61          | 44         | 39          | 54          | 44          | 51          | 36          | 56          | 52          | 29          | <b>466</b>   |
| 5.1               | 142         | 90         | 114         | 107         | 94          | 104         | 79          | 100         | 101         | 99          | <b>1030</b>  |
| 5.5               | 91          | 47         | 67          | 66          | 58          | 69          | 57          | 58          | 55          | 64          | <b>632</b>   |
| >5.5              | 74          | 45         | 38          | 56          | 47          | 37          | 44          | 33          | 37          | 41          | <b>452</b>   |
| <b>итого</b>      | <b>1273</b> | <b>983</b> | <b>1134</b> | <b>1242</b> | <b>1062</b> | <b>1216</b> | <b>1017</b> | <b>1232</b> | <b>1111</b> | <b>1068</b> | <b>11338</b> |



**Рис. 1.** Распределения магнитуд по 10 классам табл. 2 для разных временных интервалов ( $t = 1 - 10$ ) между событиями (пояснения в тексте, каталог КК без афтершоков).

чем 0.2 суток, стационарны и единообразны, тогда как события, относящиеся к меньшим промежуткам времени, распределены иначе и менее стационарны.

Из рис. 1 видно, что распределения, относящиеся к первому временному промежутку, имеют сдвиг в сторону увеличения для больших магнитуд (классовые интервалы 8–10 по оси абсцисс) и, соответственно, в сторону уменьшения для малых магнитуд (интервалы 1–2). То есть распределение по магнитудам для таких специально отобранных событий заметно отличается от остальных событий классов  $t_2 \div t_{10}$ . Доля событий, отвечающих первому временному классу  $t_1$  и отличающихся распределением магнитуд, составляет около 0,71. Мы получили, таким образом, что события, наиболее тесно кластеризующиеся по времени, отличаются и распределением по магнитудам. Мы обсудим характер этого отличия ниже.

Для дальнейшего анализа нестационарности представляется полезным “отцепить” группу наиболее отклоняющихся от среднего событий класса  $t_1$  и рассматривать только те, которые отвечают единообразному распределению по магнитуде. То есть далее удалены события, расстояния между которыми составляют менее 0.2 суток (первый диапазон, табл. 1).

На рис. 2 приведены результаты расчетов индекса нестационарности (3) для шести рядов, представляющих промежутки времени между событиями, полученными после удаления событий класса  $t_1$ .

На рис. 2 использованы обозначения:  $r_0 = 1$  отвечает максимальному значению индекса для стационарного ряда. Если это отношение будет больше 1 — временной ряд нестационарен. График  $r_1$  отвечает полным данным по региону КК;  $r_2$  соответствует данным по тому же региону, но без афтершоков;  $r_3$  и  $r_4$  отвечают аналогичным данным по региону АХ,  $r_5$  — индекс нестационарности объединенного набора событий для двух регионов КК и АХ;  $r_6$  относится к объединенным, но отфильтрованным данным (без афтершоков).

Из приведенных графиков можно сделать два вывода. Во-первых, исключение афтершоков уменьшает нестационарность потока событий (что вполне ожидаемо). На рис. 2 это видно из того, что пунктирные линии проходят существенно ниже сплошных линий того же цвета. Во-вторых, объединенные данные разных регионов характеризуются чуть меньшей нестационарностью, чем данные, отвечающие одному региону. То есть смешивание событий разных регионов делает ряд более стационарным

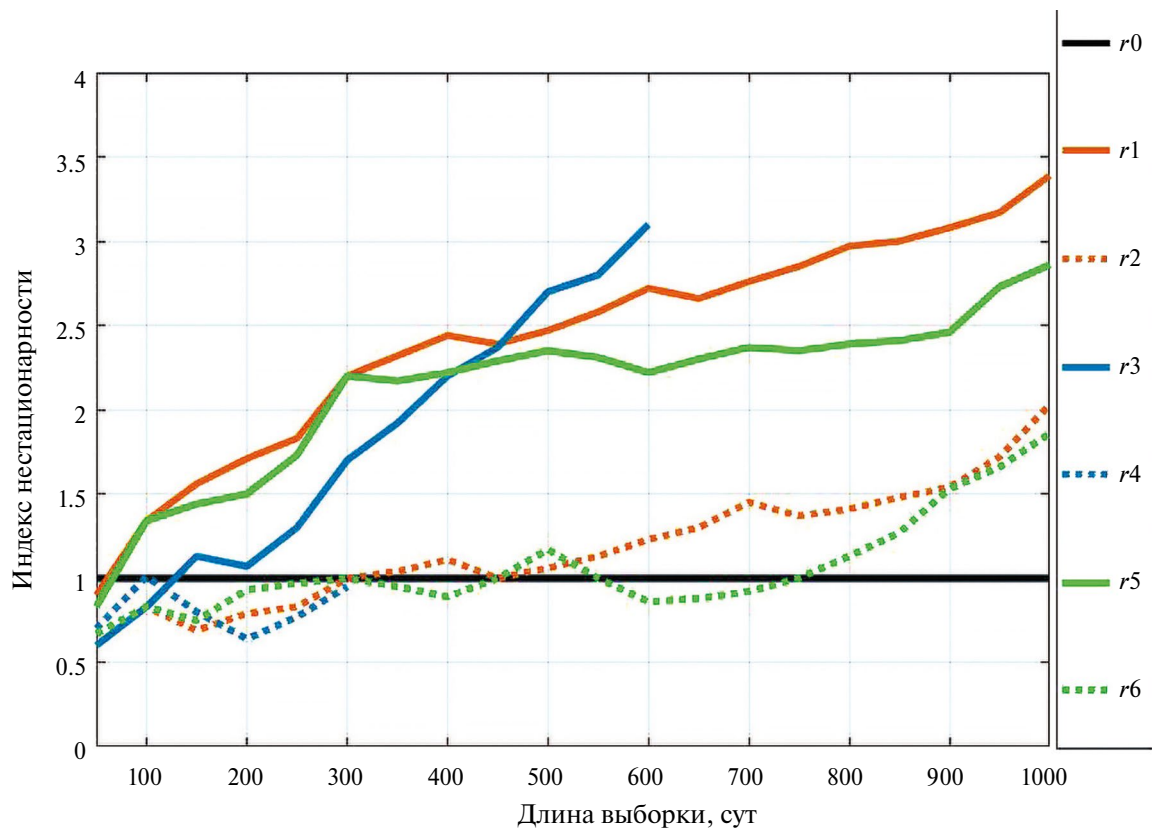


Рис. 2. Индексы нестационарности  $J(N)$  времен наступления событий.

(что также довольно естественно, так как этим маскируются приводящие к нестационарности процессы в каждом из регионов).

#### 4. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА ПОТОКА

В качестве практически важной характеристики проверим теперь стационарность потока событий, определяемого как  $\bar{n}(t, \tau) = \Lambda(t, \tau) / \tau$ , для регионов КК и АХ.

Оценим поток событий для региона КК с данными, отфильтрованными по методу из работы [Писаренко, Родкин, 2019]. Интервал времени регистрации составляет примерно 21 тыс. суток. Среднее число событий в единицу времени зависит от длины выборки. С одной стороны, это число можно вычислить по всей выборке и получить среднее значение  $\lambda \approx 0.53$ . Предполагая в качестве начальной гипотезы, что распределение вида (4) стационарно, то есть не зависит от  $t$ , мы можем оценить точность полученного среднего значения. На уровне значимости  $\alpha = 0.01$  ширина доверительного интервала равна примерно 0.02. То есть для 99% выборок данной длины (21 тыс. суток) генеральное значение параметра

потока, оцениваемое по этим выборкам, лежит в интервале  $0.53 \pm 0.02$ .

С другой стороны, мы можем получить последовательность средних значений потока событий по выборкам меньшего размера — например, по непересекающимся выборкам за 5000 суток (примерно по 2500 событий в каждом таком интервале). Таких значений получается четыре:  $\lambda_1 = 0.61$ ;  $\lambda_2 = 0.44$ ;  $\lambda_3 = 0.49$ ;  $\lambda_4 = 0.59$ . По той же схеме оценки точности на уровне значимости 0.01 получаем, что длины доверительных интервалов для этих величин равны соответственно 0.042, 0.034, 0.037 и 0.040. Следовательно, например, для  $\lambda_1$  (для первой подвыборки) получаем, что вероятность того, что генеральное среднее меньше, чем  $0.61 - 0.04 = 0.57$ , равна 0.01. С другой стороны, оценка того же среднего с той же точностью по всей выборке дало выше величину 0.53 при ширине интервала 0.02, что означает, что вероятность генерального среднего быть меньше, чем 0.55, равна 0.99. Эти две оценки не согласуются.

Такие же противоречия получаем и для остальных трех оценок параметра потока. Отсю-

да следует вывод о нестационарности интенсивности потока событий — вполне ожидаемой для всех землетрясений, но что уже нетривиально для ряда без афтершоков.

Аналогичные вычисления по региону АХ приводят к выводу о том, что оценка среднего значения параметра потока величиной  $0.045 \pm 0.005$  на уровне значимости 0.01 также не является корректной. То есть и этот ряд не стационарен.

Для визуализации нестационарного поведения параметра потока проведем усреднение этого параметра в скользящем окне, длина которого равна наибольшей длине, на которой ряд еще можно считать стационарным, чтобы такое усреднение имело статистический смысл (т.е. тогда мы усредняем в рамках примерно того же самого распределения). Для региона КК из рис. 2 следует, что это длина примерно в 500 событий, чему отвечает промежуток времени, в среднем равный 1000 дней. Соответственно, для всего массива данных рассчитывается скользящее среднее для интервалов в 1000 дней с шагом 1 день. Соответствующий график изменения параметра потока приведен на рис. 3. Для региона АХ методически аналогичный расчет интенсивности потока показан на рис. 4.

На рис. 5, для сравнения, представлены более сглаженные среднегодовые значения потока

основных событий для региона КК и АХ с шагом в 1 год, чтобы можно было посмотреть и сравнить их динамику в укрупненном масштабе. Легко видеть, что изменчивость рядов данных существенно не синхронная.

Остается, однако, неясным, какое может быть объяснение наблюдаемой нестационарности: внешними причинами или взаимосвязью между событиями, реализующими некую внутреннюю изменчивость поведения данной динамической системы? Доводы в пользу второго варианта мы приводим ниже.

## 5. АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ГРАФОВ “БЛИЖАЙШИХ СОСЕДЕЙ”

Рассмотрим теперь граф по данным интервалов времени между последовательными событиями. Граф первых “ближайших соседей” для набора из  $N$  случайных данных ( $N$  некоторых неотрицательных числовых значений) строится следующим образом. Подберем такое натуральное число  $K$ , что  $N \approx K(K-1)/2$ , после чего уложим нашу последовательность  $N$  чисел в верхнюю правую треугольную матрицу порядка  $K$ ; главная диагональ матрицы — нули (расстояние элемента до самого себя равно нулю). Затем симметрично отразим значения относительно диагонали и получим финальную матри-

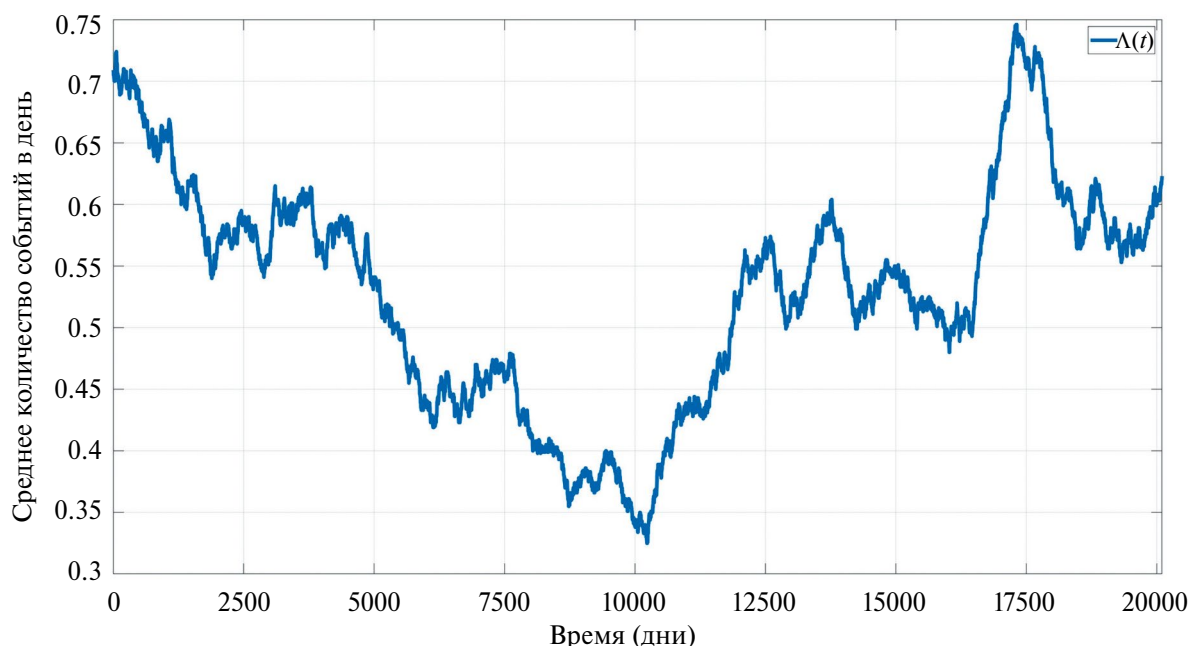


Рис. 3. Параметр потока для региона КК, оцениваемый по длине выборки 1000 дней с шагом 1 день.

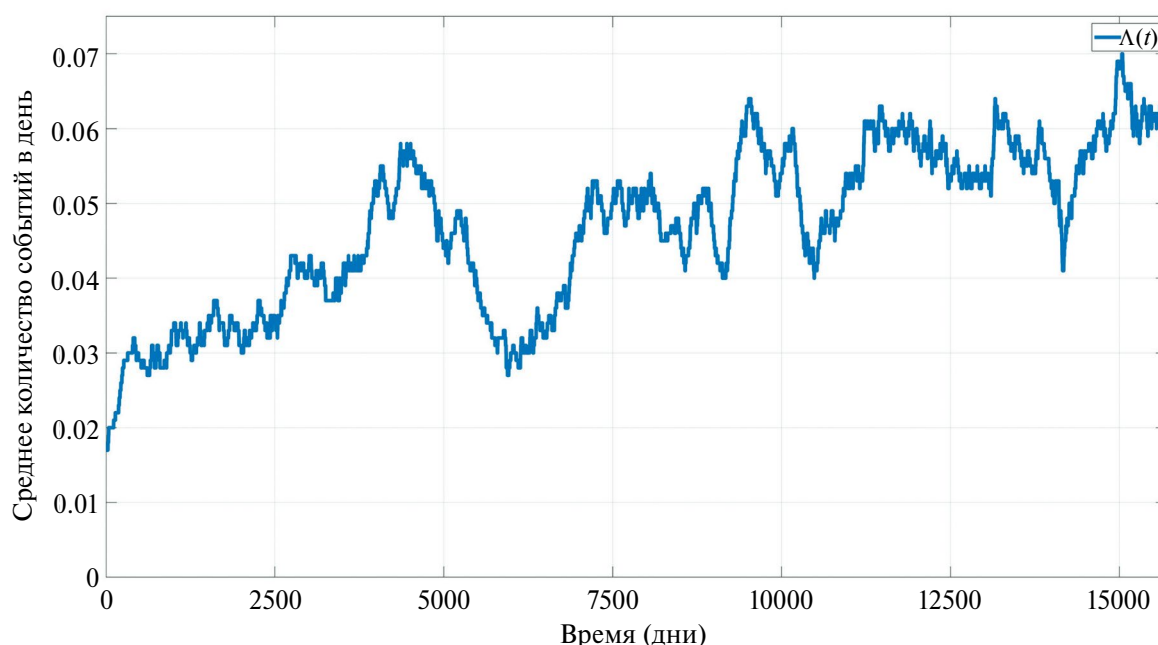


Рис. 4. Параметр потока для региона АХ, оцениваемый по длине выборки 300 дней с шагом 1 день.

цу, которую можно трактовать как матрицу расстояний размерности  $K \cdot K$  (подчеркнем, что детали заполнения матрицы несущественны).

Начнем просматривать все строки матрицы, начиная с первой. Найдем в первой строке минимальное число. Пусть оно находится в столбце  $j$ . Все остальные элементы в строке заменяем нулями. Аналогично поступаем со следующей строкой и продолжаем такую процедуру до конца матрицы. В результате таких действий получаем

матрицу смежности для первого “ближайшего соседа”. По такой матрице можно однозначно построить направленный граф, направление задается от элемента  $i$ , которым является номер строки, к элементу  $j$ , который характеризует столбец, отвечающий минимальному ненулевому элементу данной строки. Полученные парные соотношения, отображаемые стрелками, могут объединяться, если, например, в некоторой строке  $k$  минимальное значение отвечает тому же самому столбцу  $j$ , что имеем для первой строки (аналогично, для других). Следующим этапом аналогично рассматривается отображение вторых “ближайших соседей”. В качестве второго “ближайшего соседа” будет выступать второе минимальное значение в рассматриваемой строке. Процедура повторяется, пока не будет получен связный граф.

В работах [Джонсон и др., 2010; Kislitsyn, Orlov, 2022] показано, что статистика структур графов случайных отображений указанного вида не зависит от распределения элементов рассматриваемой матрицы. Необязательно также, чтобы числовые значения матрицы (в нашем случае интервалы времени между событиями) отвечали неким реальным расстояниям. Это значит, что граф, отвечающий выборке из стационарного распределения, имеет универсальные распреде-

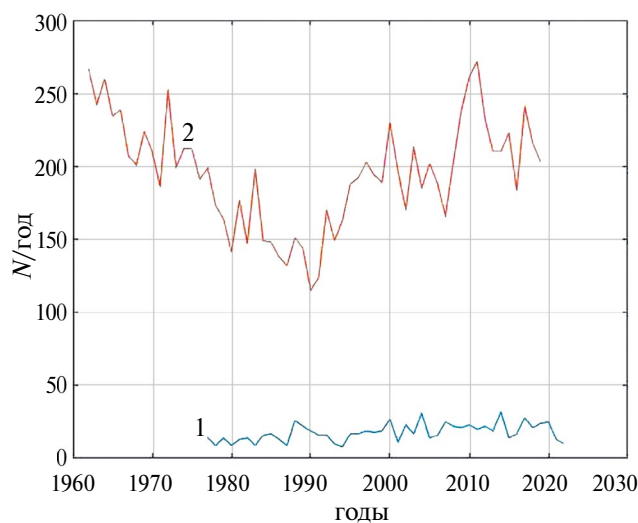


Рис. 5. Среднегодовой параметр потока для региона КК (1) и АХ (2).

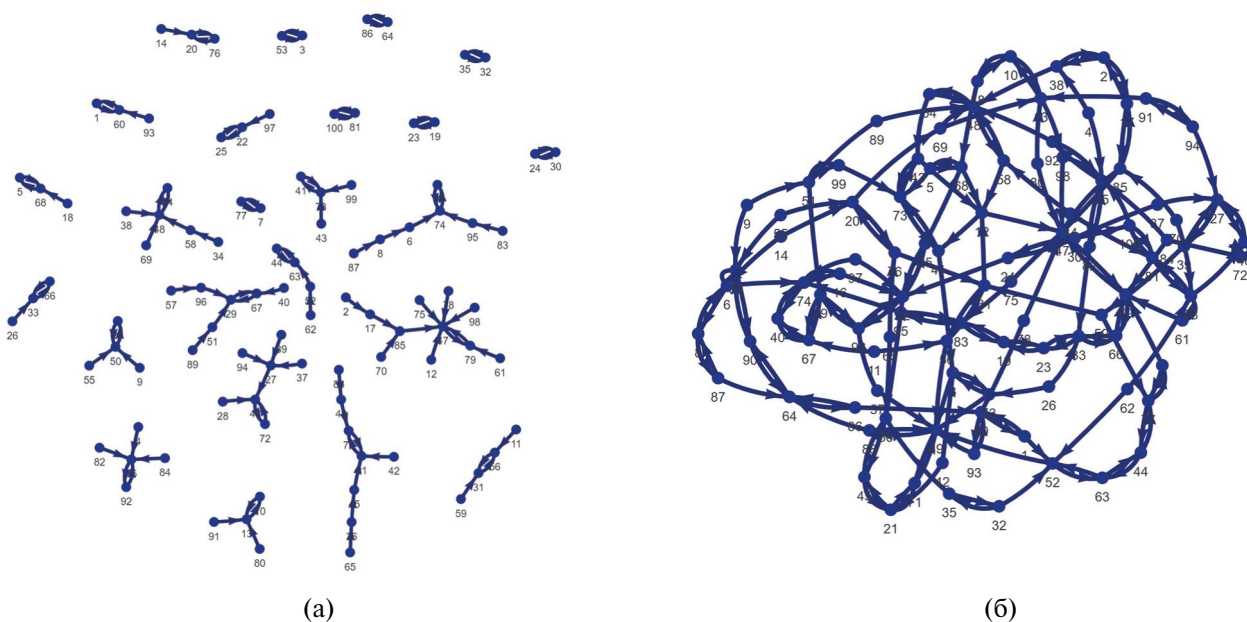
ления по числу несвязных фрагментов и вершин по степеням, не зависящие от вида распределения выборки. На основе этого утверждения можно численно получить значения вероятностей реализации каждой структуры, то есть получить распределение графов “ближайших соседей” по числу связных фрагментов, фрагментов по числу вершин и вершин по числу входящих ребер. В работе [Кислицын, 2023] был построен бенчмарк, позволяющий оценить на заданном уровне значимости вероятность того, что некоторый конкретный граф “ближайших соседей” отвечает совокупности независимых случайных величин. Методика оценки вероятности подробно описана в работе [Кислицын, 2023].

Описанный метод графов “ближайших соседей” позволяет надежно оценить степень нестационарности (вероятность реализации в случае стационарного распределения) для относительно небольших выборок. Рассмотрим в качестве примера набор промежутков времени между соседними событиями для первой половины данных декластеризованного (с исключением афтершоков) каталога региона КК, это примерно 5000 значений. Эти данные представим в виде элементов верхней треугольной матрицы 100-го порядка (для этого потребуется использовать  $100 \times 99/2 = 4950$  данных). Полученную конструкцию будем трактовать как матрицу взаимных

расстояний между некоторыми 100 вершинами. Используем табличные значения [Кислицын, 2023] статистик графов “ближайших соседей”, полученные для независимых случайных расстояний при объединении первых “соседей”, вторых и т.д. Сравним с этим модельным бенчмарком результаты, полученные для нашей выборки.

Для нашей выборки для первых ближайших “соседей” число фрагментов равно 23 (рис. 6а), а при объединении первых и вторых “соседей” получился уже связный граф (рис. 6б). При этом среди первых соседей (рис. 6а) имеется вершина с шестью степенями, также наблюдается несколько связных достаточно больших кластеров. Возникновение такой структуры при рассмотрении 5000 значений, уложенных в матрицу  $100 \times 100$ , в предположении их случайности, весьма мала, что указывает на неслучайность элементов данного множества, на явную тенденцию к кластеризации.

Также имеем, что для такого ( $100 \times 100$ ) случайного графа вероятность того, что объединенный граф первых и вторых “соседей” будет связным (рис. 6б), по бенчмарку [Кислицын, 2023] равна 0.09. Это показывает, что данные зависимы с вероятностью 0.91, причем эта зависимость принципиально отличается от ла-



**Рис. 6.** Графы первых (а) и первых + вторых “соседей” (б) для 100 вершин для последовательных временных промежутков первых 4950 событий КК каталога, рассмотренных как случайные значения.

говой корреляции между элементами выборки. Наблюдаемое свойство можно назвать “отталкивающим статистическим потенциалом”, означающим, что вторые “соседи” расположены преимущественно не в тех группах, где расположены первые, что можно трактовать как тенденцию разбиения событий на некие временные кластеры. Только в этом случае при объединении первых и вторых “соседей” число несвязных фрагментов резко сокращается. Аналогичные результаты получаются и при анализе второй половины данных. Напомним, что рассмотренные значения случайной величины (здесь промежутки времени между последовательными событиями) могут не являться собственно расстояниями. То, что их можно рассматривать в таком качестве, следует из теоремы [Джонсон и др., 2010] о независимости статистик графов “ближайших соседей” от распределения расстояний и из доказанной в работе [Кислицын, 2023] теоремы о независимости структур графа от выполнения или невыполнения неравенства треугольника.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ

В результате использования новых, в сейсмологии ранее не применявшихся методов статистического анализа был получен ряд результатов, часть из которых вполне ожидаема, тогда как другие представляются нетривиальными.

Вполне ожидаемо было обнаружено, что каталоги после удаления афтершоков становятся существенно более стационарны, чем до декластеризации. Аналогично ожидаемо, что нестационарность объединенных каталогов имеет тенденцию к уменьшению. Иное могло бы наблюдаться при существенном единообразии режима сейсмичности в разных, тектонически не связанных регионах, что возможно при существенной роли неких общепланетарных/космических воздействий на режим сейсмичности.

Довольно ожидаемо наблюдается тенденция роста нестационарности с увеличением длины выборки; этот эффект может отвечать соответствию спектра сейсмической активности фликкер-шуму, как это и предполагалось ранее в работах [Вадковский и др., 1978; Бердыев, Мухамедов, 1987; Дещеревский, Журавлев, 2004; Родкин, Липеровская, 2022; и др.]. При этом уточнено, что распределение землетрясе-

ний по магнитуде можно было считать стационарным в интервале до 5 лет, а распределение по промежуткам времени между событиями — в интервале 3 года.

Доминирующая компонента нестационарности для обеих рассмотренных областей (более сильная для АХ региона) связана с тенденцией роста потока событий со временем. Такая тенденция, скорее всего, объясняется улучшением регистрации и указывает, что проведенная отбраковка событий меньших (ненадежно регистрируемых) магнитуд была недостаточно строгой. На фоне этой общей тенденции имеют место значимые колебания интенсивности потока событий. Заметим, что аналогичная по характеру изменчивость интенсивности потока событий во времени для КК региона была получена в работе [Родкин, Липеровская, 2022].

Хотя стационарность декластеризованных каталогов (без афтершоков) существенно выше, тем не менее и для таких каталогов наблюдаются существенные отклонения от стационарности. Выявлено отличие распределения землетрясений по магнитуде для кластеризующихся по времени основных событий (рис. 1). Доля слабых событий среди кластеризующихся землетрясений относительно понижена, а сильных — повышена. Природа такой тенденции не ясна. Характер нестационарности сейсмического процесса исследовался многими авторами (см., например, обзоры [Lucilla de Arcangelis et al., 2016; Смирнов, Пономарев, 2020]). Полученный нами эффект может порождаться ухудшением условий регистрации более слабых событий, накладывающихся на запись сильных землетрясений. Но вряд ли это является определяющим фактором; более вероятно, что эффект отвечает уменьшению наклона графика повторяемости; заметим, что и рост числа событий, и уменьшение наклона графика повторяемости отвечают росту сейсмической активности. В сейсмологии такой эффект ранее описан не был, но он наблюдался в специфических условиях — для данных по акустической эмиссии (где обеспечивается многократный рост статистики событий по сравнению с каталогами землетрясений), и при наложении многолетних сезонных вариаций сейсмичности в сейсмоактивном районе водохранилищ Варна–Койна [Смирнов и др., 2022]. Выявление этого эффекта также и по

данным обычных каталогов землетрясений может объясняться использованием более тонких математических методов анализа, ранее в сейсмологии не применявшихся.

Качественное отличие сейсмического режима от Пуассоновского процесса подтверждено также результатами анализа графа ближних “соседей”. Этим методом топологического анализа, также ранее в сейсмологии не применявшимся, производится сравнение параметров эмпирически получаемого графа с табулированными характеристиками случайного графа аналогичной размерности. Причем так как такое сравнение проводится по намного большему числу параметров (статистики числа кластеров, вершин разной степени, иные характеристики), нежели при использовании обычных методов статистики, то статистически значимый результат может быть получен для существенно меньших по объему выборок. Анализ графа первых “соседей” (рис. 6а) указывает на существенный эффект связности, то есть, на развитие кластеризации. Добавление графа вторых “соседей”, вообще говоря, может давать разные варианты. Возможно дальнейшее упрочение графа первых “соседей”, когда вторые “соседи” добавляются в уже существующие группы. Но возможна ситуация, когда вторые “соседи” окажутся преимущественно в других кластерах, и в этом случае возникнет единый связный кластер. Для случайного табулированного случая имеет место промежуточный вариант.

В нашем случае (анализ проводился для лучше обеспеченного статистикой КК региона без афтершоков) топологический анализ показал наличие двух статистических тенденций. Граф “ближайших соседей” отвечает тенденции кластеризации событий; добавление графа вторых “соседей” указывает на эффект отталкивания на больших расстояниях по времени. Такой результат может интерпретироваться в рамках общего утверждения, что в сейсмическом режиме сосуществуют тенденции возбуждения и релаксации [Смирнов и др., 2010; Смирнов, Пономарев, 2020]. В плане сейсмотектоники тенденции кластеризации отвечает развитие серий афтершоков, роев, и кластеризация независимых событий. Тенденция отталкивания может отвечать более длительным периодам пониженной сейсмичности, отвечающим процессам восстановления сейсмического потенциала при накоплении тектонических напряжений.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Представлен первый опыт применения нового для сейсмологии математического аппарата анализа характера нестационарности рядов данных. Использованы три взаимодополняющих метода. В рамках первого для последовательных подвыборок разной длины из каталогов землетрясений была рассмотрена степень нестационарности распределений интервалов времени между землетрясениями и распределения магнитуд событий. Недостатком этого хорошо разработанного метода является требование больших объемов данных, лишь отчасти удовлетворяемое обычными каталогами землетрясений. В рамках второго подхода анализировалось отличие от стационарности интенсивности потока событий. В качестве третьего подхода анализировалось отличие эмпирически получаемых графов “ближайших соседей” от модельного графа, полученного ранее для совокупности независимых событий.

Для анализа использовались региональные каталоги Курило-Камчатского региона (по данным Камчатского филиала ГС РАН, 1962–2020 гг.) и Срединно-Атлантического хребта (на основе мирового GСMT-каталога, 1976–2022 гг. Регионы были выбраны из соображений их относительно хорошей изученности и сильного различия как по сейсмотектонической ситуации (области зоны субдукции и рифтогенеза соответственно), так и чисто географически. Принимались во внимание события с удовлетворительно полной регистрацией ( $M \geq 4.0$  для каталога КК и  $M \geq 5.3$  для АХ каталога); причем рассматривались как полный каталог, так и с исключенными афтершоками по алгоритму [Писаренко, Родкин, 2019].

Анализ стационарности показал отличие характера сейсмического режима для кластеризующихся во времени землетрясений и рост отклонений от стационарности на больших интервалах времени. Степень нестационарности ожидаемо выше для каталогов без исключения афтершоков и ниже в случае объединения разных каталогов в один. Анализ сейсмических каталогов методом графов подтвердил отличие каталогов как полных, так и с удалением афтершоков, от последовательности статистически независимых событий; при этом характер отличия указывает на возникновения нестационарности режима не по причине внешнего воздействия,

а по внутренней динамике системы, предположительно отвечающей периодам активизации и замирания сейсмической активности на этапах накопления тектонических напряжений.

Большинство полученных результатов были известны ранее, но некоторые являются новыми и требуют верификации. В целом применение новых методов анализа оказалось достаточно эффективным и помогает точнее описать характер нестационарности временных рядов и тем самым повысить точность прогнозирования роста сейсмической активности.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 23-27-00395 “Комплекс аномалий в обобщенной окрестности сильного землетрясения; физика процесса и использование в целях прогноза”).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бердыев А.А., Мухамедов В.А. Землетрясения — фликкер-шум? // Докл. АН СССР. 1987. Т. 297. № 5. С. 1077–1081.
- Вадковский В.Н., Ляховский В.А., Тюпкин Ю.С. Временная эволюция сейсмической активности Балканского региона. Алгоритмы и результаты обработки в МЦД. 1978. С. 11–23.
- Джонсон Н.Л., Коц С., Кемп А. Одномерные дискретные распределения (пер. с англ.). М.: Бином. 2010. 559 с.
- Дещеревский А.В., Журавлев В.И. Временной режим микроземлетрясений на Гармском полигоне // Физика Земли. 2004. № 1. С. 70–88.
- Кислицын А.А. Моделирование графов ближайших соседей для оценки независимости выборочных данных // Математическое моделирование. 2023. Т. 35. № 7. С. 63–82.
- Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука. 1985. 640 с.
- Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Построение выборочной функции распределения для прогнозирования нестационарного временного ряда // Математическое моделирование. 2008. № 9. С. 23–33.
- Орлов Ю.Н. Кинетические методы исследования нестационарных временных рядов. М.: МФТИ. 2014. 276 с.
- Писаренко В.Ф., Родкин М.В. Декластеризация потока сейсмических событий, статистический анализ // Физика Земли. 2019. № 5. С. 2–16.
- Родкин М.В., Луперовская Е.В. Неравномерности интенсивности потока основных событий, пример неглубокой сейсмичности региона Камчатки // Физика Земли. 2022. № 4. С. 85–100.
- Смирнов В.Б., Пономарёв А.В., Бернар П., Патонин А.В. Закономерности переходных режимов сейсмического процесса по данным лабораторного и натурного моделирования // Физика Земли. 2010. № 2. С. 17–49.
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Физика переходных режимов сейсмичности. М.: РАН. 2020. 412 с.
- Смирнов В.Б., Потанина М.Г., Карцева Т.И., Пономарев А.В., Патонин А.В., Михайлов В.О., Сергеев Д.С. Сезонные вариации наклона графика повторяемости землетрясений в наведенной сейсмичности в области Койна–Варна, Западная Индия // Физика Земли. 2022. № 3. С. 76–91.
- Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М.: Государственное издательство физико-математической литературы. 1963. 235 с.
- Gardner J. K., Knopoff L. Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian? // Bull. Seis. Soc. Am. 1974. V. 64 (5). P. 1363–1367.
- Hirose F., Tamaribuchi K., Maeda K. Characteristics of foreshocks revealed by an earthquake forecasting method based on precursory swarm activity // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2021. V. 126. e2021JB021673. <https://doi.org/10.1029/2021JB021673>
- Kislitsyn A.A., Orlov Yu.N. Dynamical System Model with the use of Liouville Equation for Empirical Distribution Function Densities // Discontinuity, Nonlinearity and Complexity/ 2020. V. 9. № 4. P. 529–540.
- Kislitsyn A.A., Orlov Yu.N. Discussion about Properties of First Neighbor Graphs // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. V. 43. № 12. P. 109–118.
- Kislitsyn A.A., Orlov Yu.N., Gogoev M.V. Investigation of the properties of first nearest neighbors graphs // Scientific Visualization. 2023. V. 15. № 1. P. 17–28. DOI: 10.26583/sv.15.1.02
- Lucilla de Arcangelis, Cataldo Godano, Jean Robert Grasso, Eugenio Lippiello. Statistical physics approach to earthquake occurrence and forecasting // Physics Reports. 2016. V. 628. P. 1–91. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2016.03.002>
- Lippiello E., Godano C., de Arcangelis L. The relevance of foreshocks in earthquake triggering: A statistical study // Entropy. 2019. V. 21. P. 173. <https://doi.org/10.3390/e21020173>
- Molchan G., Dmitrieva O. Aftershock identification and new approaches // Geophys.J. Int. 1992. V. 109. P. 501–516.
- Ogata Y. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes // Tectonophysics. 1988. № 169. P. 159–174.
- Uhrhammer R. Characteristics of Northern and Central California Seismicity // Earthquake Notes. 1986. V. 57 (1). P. 21.
- Zaliapin I., Gabrielov A., Keilis-Borok V., Wong H. Clustering Analysis of Seismicity and Aftershock Identification // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101 (1). P. 1–4.
- Zalyapin I., Ben-Zion Y. Earthquake clusters in Southern California I: Identification and stability // Journ. Geophys. Res. 2013. V. 118. P. 2847–2864.

## New Methods for Analyzing the Nature of Seismic Regime Non-Stationarity

A. A. Kislitsyn<sup>a, b</sup>, Yu. N. Orlov<sup>a</sup>, and M. V. Rodkin<sup>b, c, \*</sup>

<sup>a</sup>*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>b</sup>*Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>c</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

\*e-mail: rodkin@mitp.ru

Received May 29, 2024; revised September 15, 2024; accepted September 18, 2024

**Abstract** — Three new methods in geophysics for analyzing the non-stationarity of data series are used to analyze earthquake catalogs of the Kuril-Kamchatka and Mid-Atlantic Ridge regions. The possibility of identifying the non-stationary component of the seismic regime and the nature of non-stationarity are discussed. The use of new methods confirmed a number of known (expected) patterns and indicated a number of non-trivial points. Among these, the following were identified: a tendency of increasing non-stationarity with increasing characteristic time, which may conform to the correspondence of seismic activity spectrum to the flicker noise; 2) a difference in the nature of the magnitude distribution, possibly corresponding to a decrease in b-values, for clustering main events; 3) detection of two tendencies in the seismicity regime over time — clustering at smaller relative distances and repulsion at larger ones; these tendencies may correspond to the epochs of seismic activity growth and subsequent attenuation, during the accumulation of tectonic stresses. The results indicate the prospects of using these new analysis methods in seismology, providing clarification of the non-stationary nature of the seismic process.

**Keywords:** non-stationarity analysis, new methods, earthquake distribution by magnitude, time intervals between events, event flow, “nearest neighbor” graph